Τα μαθηματικά και η σχέση τους με τις άλλες επιστήμες

Η συμμεταβολή των μαθηματικών και των άλλων επιστημών: Τα μαθηματικά ως επιστήμη είναι η δημιουργία εκείνη των αρχαίων Ελλήνων, η οποία συντελέσθηκε με τη συνεισφορά των εξής παραγόντων, που υπήρξαν στην αρχαία Ελλάδα : α) η *ιδιαιτέρα ανεπτυγμένη φιλοσοφική δραστηριότητα* και β) το *ελεύθερο πνεύμα*. Βεβαίως, τα δύο παραπάνω θα μπορούσαν να συνοψιστούν στην ύπαρξη του υψηλού πολιτιστικού επιπέδου γενικότερα.

Με τον όρο *φιλοσοφική δραστηριότητα* εννοείται εδώ, ολόκληρο εκείνο το πολιτιστικό πλέγμα, που μπορεί να αναπτυχθεί σε μία ομάδα ανθρώπων -ακόμα και σε εμβρυακή κατάσταση αρχικά-, ένα συνοθύλευμα ιδεών και πρωτοβουλιών μεταξύ των ανθρώπων, με λίγα λόγια η κοινωνική συνεύρεση και παιδεία. Υπό αυτήν την έννοια ανταλλάσσονται απόψεις και απορίες -αυτές οι τελευταίες στη μορφή προβλημάτων διαβίωσης ίσως- και έτσι γίνεται η αναγωγή τους στην αρχέτυπη ιδέα του ανθρώπου: τη ζωή, αλλά αυτή τη φορά το άτομο είναι σε θέση να συγκρίνει και άρα να διαπιστώσει, οπότε να διαμορφώσει μία καθολικότερη λογική, μέσω της αναγκαιότητας η οποία διαφαίνεται όχι μόνο για υλική ανεξαρτητοποίηση, αλλά και για πνευματική επιμόρφωση.

Ιδιαιτέρως, ο παράγων α) εμπεριέχει τη λογική (ή συνιστά στη διεύρυνσή της καλύτερα), η οποία είναι βασικό συστατικό για την περαιτέρω ανάπτυξη της εποπτείας. Η λογική εμπλέκεται εδώ με την έννοια ότι η πνευματική επιμόρφωση οδηγεί στην αιτίαση, η οποία με τη σειρά της απαιτεί την καθολικότερη διαμόρφωση μίας βάσης εξαγωγής αποφάσεων, ήτοι λογικής.

Η εποπτεία, αναφέρεται με την έννοια, ότι συντείνει στη σύλληψη νέων ιδεών. Για παράδειγμα, θα μπορούσε να συμπεριλάβει κανείς στην εποπτεία, αυτό που ονομάζεται *προβλήματα τεχνικής φύσης*, τα οποία και όσον αφορά στη γεωμετρία πρώτοι οι Αιγύπτιοι τα αντιμετώπισαν και επίλυσαν με συγκεκριμένες, σταθερές διεργασίες. Μέσα από αυτά, με την εμπειρία ή με το νου μπορούν να δοθούν απαντήσεις, οι οποίες μετά θα σταχυολογηθούν και θα τοποθετηθούν σε ένα πρωτόγονο θεωρητικό πλαίσιο -αυτό που ονομάζουμε *θεωρητική βάση* σήμερα-, δηλαδή η ανάγκη για την επίλυση κάποιων προβλημάτων διαβίωσης, κατά κύριο λόγο, ήταν αυτή, η οποία διάνοιξε το δρόμο για τις επιστήμες.

Και τα δύο αυτά μαζί μπορούν να συστήσουν μια καλή βάση για την ανάπτυξη της μαθηματικής συλλογιστικής, δηλαδή της λογικής της απόδειξης. Η μεν εποπτεία «συστήνει» μεθόδους, η δε λογική συντείνει στην ανάπτυξη πάγιων διαδικασιών, οι οποίες προκύπτουν μέσα από τις παραπάνω μεθόδους.

Φυσικά, το ελεύθερο πνεύμα υπήρξε διάχυτο (σε κάποιο ποσοστό του τότε πληθυσμού) και με βάση αυτό γίνεται δυνατή αφενός η δημιουργία νέων μαθηματικών θεωριών -μαζί με την εποπτεία και την εμπειρία σε πρώτο στάδιο- και, αφετέρου οδηγεί στην ανάπτυξη μίας «επιστημονικής περιέργειας», δηλαδή αναζητούνται πλέον και τα αίτια για το πώς συμβαίνουν κάποια πράγματα και άρα αιτούνται απόδειξης, βασισμένης πάνω σε κάποια θεωρία-λογική(μαθηματική).

Τελικά, εξαρχής της θεμελίωσης των μαθηματικών ως επιστήμης από τους Έλληνες μπορούμε να θεωρήσουμε δεδομένη την αυστηρότητά τους και αδιαμφισβήτητη την αξιοπιστία τους, όσον αφορά στην επίλυση ακόμα και προβλημάτων, τα οποία άπτονται της καθημερινής ζωής (εδώ βεβαίως υπεισέρχεται και η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου). Αυτό φυσικά συμβαίνει όσο η εμπειρία επιβεβαιώνει την ορθότητα των πραγμάτων. Γι' αυτόν ακριβώς το λόγο, όλες οι επιστήμες αργότερα θεωρείται ότι «ενηλικιώνονται», όταν πλέον έχουν θεμελιωθεί με τη βοήθεια κάποιας μαθηματικής θεωρίας. Η συνέχεια από εκεί και πέρα είναι δυνατόν να θεωρηθεί «κοινή» για κάθε τέτοια επιστήμη και για τα μαθηματικά. Διότι, περαιτέρω, έχουμε μια διαρκή αλληλεπίδραση των μαθηματικών και των άλλων επιστημών. Ήτοι, η μία συντελεί στην διαρκή εξέλιξη και ανάπτυξη της άλλης. Έτσι, για παράδειγμα, αρκετές φορές η φυσική και η ανάγκη επίλυσης κάποιου προβλήματός της έχουν συντείνει στην ανάπτυξη -μετεξέλιξη κάποιας υπάρχουσας μαθηματικής θεωρίας. Βέβαια, η αντίστροφη σχέση είναι προφανής, αφού η εξέλιξη των μαθηματικών και η ανάπτυξη θεωριών σε καθαρά αφηρημένο επίπεδο δίνει τη δυνατότητα στις υπόλοιπες επιστήμες για τη δημιουργία και επίλυση νέων μοντέλων για κάποιο πρόβλημα, τα οποία βεβαίως προσεγγίζουν καλύτερα την πραγματική κατάσταση. Τελικά, λοιπόν, δυνάμεθα να μιλάμε πλέον για κάποιου είδους συμμεταβολή - συνεξέλιξη των επιστημών γενικά (θα έλεγε κανείς μάλιστα συνεξέλιξη με βάση τα μαθηματικά).

Το αποτέλεσμα ως παράγων εξέλιξης των μαθηματικών θεωριών: Πολλοί (μαθηματικοί) συντάσσονται με την άποψη ότι στα «καθήκοντά τους» δεν υφίσταται η πλήρης επίλυση κάποιου προβλήματος. Δηλαδή, η λύση ενός προβλήματος υπαρξιακά και μόνο είναι αρκετή γι ‘ αυτούς: «εμένα με νοιάζει να βρω ότι το πρόβλημα έχει λύση, από εκεί και πέρα είναι θέμα άλλων επιστημόνων η ακριβής επίλυση», είναι η άποψη που ακούγεται πλειστάκις. Όμως, θα μπορούσε κανείς να διερωτηθεί, αν, μέσω της πλήρους λύσεως, μπορεί ο μαθηματικός κάποιες φορές να οδηγηθεί σε νέα προβλήματα και περαιτέρω στη σύλληψη κάποιας νέας θεωρίας.

Βεβαίως και είναι δυνατό να συμβεί αυτό : αδιαμφισβήτητο παράδειγμα στην εξέλιξη της θεωρίας αριθμών αποτελεί το Πυθαγόρειο θεώρημα. Δηλαδή, σύμφωνα με την παραπάνω άποψη, εφόσον ο μαθηματικός μπόρεσε να διαπιστώσει την ύπαρξη λύσεως στο πρόβλημα της εύρεσης της υποτείνουσας ενός ορθογωνίου τριγώνου από εκεί και πέρα δεν ενδιαφέρεται για το ποια είναι αυτή η λύση. Φυσικά, ακριβώς αυτή η λύση ήταν εκείνη, η οποία οδήγησε στην πρώτη μεγάλη επανάσταση των μαθηματικών με την ανακάλυψη των ασύμμετρων μεγεθών και περαιτέρω των αρρήτων αριθμών. Δεν πρέπει να λησμονούμε επίσης ότι τα αποτελέσματα και η τυπικότερη διαπίστωσή τους ήταν αυτό που οδήγησε στη σύσταση των μαθηματικών ως επιστήμης. Συνεπώς, τέτοιες απόλυτες απόψεις δεν είναι δυνατό να είναι πάντα ορθές - βεβαίως γενικότερα ένας μαθηματικός οφείλει να είναι ανοιχτός στην εξέλιξη (τεχνολογική) και να δέχεται ό,τι είναι δυνατόν να συντείνει στην σύλληψη μιας νέας ιδέας (εδώ υπεισέρχονται και οι διάφορες διαβαθμίσεις της αξίας των μαθηματικών βλ. παρατήρηση 6)-. Μάλιστα, είναι στενή η σύνδεση του αποτελέσματος στα μαθηματικά, με την αλληλεπίδρασή τους με τις υπόλοιπες επιστήμες, όπως διαφαίνεται και στην επόμενη παράγραφο.

Τα μαθηματικά μοντέλα: Η ερμηνεία διαφόρων φαινομένων μπορεί αρκετές φορές να είναι απλή και να εξηγείται μέσω πάγιων θεωριών που θεμελιώνονται με την εξέλιξη της επιστήμης, η οποία μελετά τα εν λόγω φαινόμενα. Εντούτοις, η αξία χρήσης μίας επιστήμης (έχει και αυτή κάποια σημασία στην εξέλιξη των κοινωνιών) προσδιορίζεται πολλές φορές από τη δυνατότητα που μπορεί να παρέχει η επιστήμη όσον αφορά στην πρόβλεψη ενός φαινομένου στα όριά της, επί παραδείγματι για κάποιο σεισμό ή για τον καιρό και φυσικά αυτή η αξία χρήσης μίας επιστήμης δεν μπορεί να είναι σταθερή, αλλά μεταβάλλεται και αποκτά διαφορετική λειτουργικότητα από εποχή σε εποχή (για παράδειγμα, όταν ο N.Weiner έγραφε για μανθάνουσες μηχανές και αυτοματισμό, η αξία των λεγομένων του ήταν κατανοητή από ένα μικρό σύνολο ανθρώπων, ενώ τώρα υπάρχει μία σαφέστερη και συνηθέστερη χρήση αυτών των αντικειμένων, άρα η αξία χρήσης τους είναι διευρυμένη και αναβαθμισμένη)

Στην εποχή μας όταν συζητούμε για πρόβλεψη της εξέλιξης ενός φαινομένου προϋποθέτουμε την ύπαρξη ενός μαθηματικού μοντέλου, το οποίο να προσεγγίζει «ικανοποιητικά» τις διάφορες καταστάσεις του στη διάρκεια του χρόνου. Με αυτόν τον τρόπο καταλαβαίνει κανείς ότι μπορεί να συντελεστεί σε ικανοποιητικό βαθμό η πρόβλεψη βραχυπρόθεσμα ή ακόμα και μακροπρόθεσμα. Δηλαδή, πρόκειται για έναν ακόμα τρόπο με τον οποίο εμπλέκονται τα μαθηματικά και οι άλλες επιστήμες.

Βεβαίως η ύπαρξη ενός τέλειου τέτοιου μοντέλου που να περιγράφει κάθε φαινόμενο (φυσικό) είναι το πρώτο μέρος του προβλήματος, ενώ κατά δεύτερο λόγο η επίλυσή του σε πεπερασμένο πλήθος βημάτων (αλγοριθμικά) είναι το επόμενο βήμα .

Η έννοια «τέλειο μοντέλο» τοποθετείται στο επίπεδο του ικανοποιητικού, ήτοι του κατά πόσο καλά μπορεί να προσεγγιστεί το φαινόμενο. Γι' αυτόν τον σκοπό η εξέλιξη μπορεί να επιτευχθεί με δύο τρόπους : είτε με τη συνεξέλιξη μιας μαθηματικής θεωρίας στο πλαίσιο που οριοθετείται από το πρόβλημα, είτε με την ανάπτυξη μίας νέας μαθηματικής θεωρίας σε περισσότερο αφηρημένο επίπεδο, η οποία θα αναδιαμορφωθεί έτσι, ώστε να χρησιμοποιηθεί ως μία καλύτερη προσέγγιση του προβλήματος. Και για τις δύο διαδρομές έχουμε παραδείγματα, όπως το κλασσικό σύμπλεγμα: μαθηματικών-φυσικής, ή ακόμα: μαθηματικών και πληροφορικής, μαθηματικών - οικονομίας, μαθηματικών - βιολογίας κ.ά.

Η ικανότητα επίλυσης των μοντέλων είναι το σημαντικότερο πλεονέκτημα μίας τέτοιας χρήσης των μαθηματικών, γι' αυτό εξάλλου και συντελείται μεγάλη προσπάθεια για μία τέτοιου είδους προσέγγιση. Ακόμα, και όταν δεν έχεις πλήρως σωστά αποτελέσματα (και αυτό είναι το σύνηθες) μπορείς να καταφέρεις να γνωρίζεις, έστω και πειραματικά, την απόκλιση του μοντέλου από την πραγματικότητα.

Τελικά, το «κέρδος» από την, όπως παραπάνω περιγράφηκε, συνεξέλιξη των μαθηματικών και των άλλων επιστημών υπήρξε σημαντικό. Αφενός μεν για τα μαθηματικά στην αναδιαμόρφωσή τους και μετεξέλιξή τους με μία αξία χρήσης που τους προσδόθηκε και, κατά κύριο λόγο, με τις «νέες πηγές» έμπνευσης για αυτά με τη μορφή πεδίων καινούργιων αποτελεσμάτων. Αφετέρου, για τις υπόλοιπες επιστήμες, στη διαμόρφωση μίας εγκυρότητας γι' αυτές (στο μέτρο που τα μαθηματικά είναι έγκυρα) και μίας προβλεψιμότητας, υπό τη μορφή αιτίας - αποτελέσματος που επιβάλλεται από τα μαθηματικά μοντέλα (=πρότυπα). Όμως, ως αντιστάθμισμα υπάρχουν, βεβαίως, κάποια μειονεκτήματα, τα οποία αξίζουν επίσης ιδιαίτερης διερεύνησης και ελέγχου.